ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය.. කොළඹ 07..

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2015 ජූලි

සංයුක්ත ගණිතය I | **13 ශ්‍රේණිය** | *පැය 3 යි*

නම : .....

උපදෙස් :

★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 17)

★ **A කොටස**
සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.

★ **B කොටස**
ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.

★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස , B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.

★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
ලකුණු පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය	

The National e-learning Portal for The General Education

A - කොටස

ප්‍රශ්න සියල්ලටම පිළිතුරු සපයන්න.

01. n ඔත්තේ ධන නිඛිලයක් විට, $(3^n + 2^n)$ යන්න 5 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

02. ත්‍රිකෝණමිතිය පොත් 4 ක් ද, වීජගනිතය පොත් 4 ක් ද, කලනය පොත් 2 ක් ද තිබේ. එක වර්ගයට අයත් පොත් එක හා සමාන වේ. වීජගනිතය පොත් දෙකක් එක ලඟ නොතිබෙන පරිදි, පොත් දහය පිළියෙල කල හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

03. $(1 + kx + x^2)^5$ ප්‍රසාරණයේ x^2 සහ x^3 අඩංගු පද වල සංගුණක 45 සහ -120 නම් k සොයන්න.

04. $\frac{2}{x^4}$ හි අවකලන සංගුණකය, ප්‍රථම මූල ධර්මය මගින් සොයන්න.

The National e-learning Portal for The General Education

05. පරිමාව 16π වන සංවෘත සිලින්ඩරාකාර බඳුනක් සෑදීම සඳහා අවශ්‍යවන තහඩු වේ අවම වර්ගඵලය සොයන්න.

06. $y = x^2$ සහ $y = x + 2$ රේඛාවෙන් වටවන වර්ගඵලය සොයන්න.

07. (1, 2) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන විචල්‍ය රේඛාවකට X හා Y අක්ෂ හමුවන ලක්ෂ්‍ය දෙක හරහා, බණ්ඩාංක අක්ෂ දෙකට සමාන්තර වන පරිදි සරල රේඛා දෙකක් ඇඳනිබේ. එම රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න.

08. $4x + 6y + 3 = 0$ රේඛාවෙන්, $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 7 = 0$ වෘත්තය P හා Q හිදී ඡේදනය වේ. PQ ජ්‍යාය විශ්කම්භය වන වෘත්තය සොයන්න.

09. $(4 \sin^2 x + 2 \sin x.\cos x + 1)$ ට ගත හැකි අවම අගය සහ උපරිම අගය සොයන්න.

10. ABC ත්‍රිකෝණයක, BD : DC = 1: 2 වන පරිදි, BC පාදය මත D ලක්ෂ්‍යය පිහිටා තිබේ. සම්මත අංකනයට අනුව $AD = \frac{1}{3}\sqrt{3(b^2 + 2c^2) - 2a^2}$ බව පෙන්වන්න.

The National e-learning Portal for The General Education

B - කොටස

ප්‍රශ්න පහකට පිළිතුරු සපයන්න.

11. (i) $(q - r)\,x^2 + (r - p)\,x + (p - q) = 0$ සමීකරණයට සම්පාත මූල තිබේ. p, q, r සමාන්තර ශ්‍රේණියක අනුයාත පද තුනක් බව පෙන්වන්න.

(ii) $2bx^2 + 2(a + b)x + 3a = 2b$ සමීකරණයේ එක මූලයක් අනෙක මෙන් දෙගුණයක් නම්, $a = 2b$, හෝ $4a = 11b$ හෝ වන බව පෙන්වන්න.

(iii) $p(x) \equiv x^4 - bx^3 - 11x^2 + 4(b + 1)x + a$ වේ. $(x + 2)$, $p(x)$ හි සාධකයක් වන අතර, $p(x)$ වර්ග ප්‍රකාශනයක, පරිපූර්ණ වර්ගයක්වේ. a හා b සොයන්න.

12. (i) $y = |x+2|$ සහ $y = 7 - |x-3|$ ප්‍රස්ථාර එකම රූපයක අඳින්න. එමගින් $|x+2| + |x-3| < 7$ විසඳන්න.

(ii) $2x + 1 \equiv A(x + 1)^2 + Bx^2$ පරිදි වූ A හා B නියත සොයන්න.

u_r යනු r^{th} $\frac{3}{1^2.2^2} + \frac{5}{2^2.3^2} + \frac{7}{3^2.4^2} \ldots\ldots$ ශ්‍රේණියේ r වන පදයයි.

$u_r = f_r - f_{r+1}$ පරිදි වූ f_r ශ්‍රිතයක් සොයන්න. එනයින් මෙම ශ්‍රේණියේ පද n ගණනක එකතුව සොයා ශ්‍රේණියේ අභිසාරීතාව පිරික්සන්න.

$\lim_{n \to \infty} \sum_{r=3}^{n} u_r$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

13. (i) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ නම්, $A^2 - 4A + 5I = 0$ බව පෙන්වන්න. එමගින් A^{-1} සොයන්න.

(ii) ආගන්ඩ් සටහනේ, P හා Q ලක්ෂ්‍ය මගින් Z_1 හා Z_2 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. $(Z_1 + Z_2)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

$Z_1 = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$, $Z_2 = \frac{-1+2i}{2+i}$ යයි ගනිමු. Z_1 , Z_2 සහ $(Z_1 + Z_2)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ඩ් සටහනක ලකුණු කරන්න.

$\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$ හි අගය අපෝහනය කරන්න.

(iii) $\text{Arg}\left(\frac{Z-1}{Z+i}\right) = \frac{\pi}{2}$ විට, $|Z|$ හි උපරිම අගය සොයන්න.

14. (i) $2y = \tan^{-1}\left\{\frac{1}{2}\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right\}$ නම්, $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{5 + 3\cos x}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) y යනු x හි ශ්‍රිතයක් ද, $x = \sin\theta$ ද වේ. $\cos^2\theta \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d^2y}{d\theta^2} + \tan\theta \frac{dy}{d\theta}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $y = \frac{3 - 4x}{x^2 + 1}$ හි දල රූපසටහනක් අඳින්න.

15. (i) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය යොදා ගනිමින්, $\int \frac{x}{3}\sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)dx$ අනිශ්චිත අනුකලනය අගයන්න.

(ii) සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින් $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1+2x-x^2}}$ සොයන්න.

(iii) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ බව සාධනය කරන්න.

$x = 1 + \tan\theta$ ආදේශය යොදාගනිමින්,

$I = \int_1^2 \frac{\log x}{x^2-2x+2}\,dx = \int_1^{\pi/4} \log(1+\tan\theta)\,d\theta$ බව ලබාගන්න.

තව ද $J = \int_0^{\pi/4} \log\left(\frac{2}{1+\tan\theta}\right)d\theta$ ලෙස දී ඇති විට ඉහත නිශ්චිත අනුකල ප්‍රතිඵලය යොදාගනිමින් $I = J$ බව පෙන්වන්න.

I හා J හි තවත් සම්බන්ධතාවයක් ලබාගැනීමෙන් $\int_1^2 \frac{\log x}{x^2-2x+2}\,dx = \frac{\pi}{8}\log 2$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

16. (i) ABC ත්‍රිකෝණයේ, AD, BE, CF උච්චයන්ගේ සමීකරණය $x + y = 0$, $2x + y = 0$, $2x - y = 0$ වේ. $A \equiv (t, -t)$ නම්, B හා C හි කණ්ඩාංක සොයන්න. t විචලනය වන විට, ABC Δ යේ කේන්ද්‍රයේ පථය සොයන්න.

(ii) (1, 0) සහ (-1, 0) යන ලක්ෂ්‍ය දෙක හරහා යන වෘත්ත වලින් දෙකක් $2x - y = 3$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ සොයන්න. එම වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වන බව ද සාධනය කරන්න.

17. (i) $\frac{1}{\sin x} = \frac{1}{\sin 2x} + \frac{1}{\sin 3x}$ සමීකරණයේ, සාධාරණ විසඳුම් සොයන්න.

(ii) $\cos^{-1}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2x}{x^2-1}\right) = \frac{2\pi}{3}$ විසඳන්න.

(iii) සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝනයක, සම්මත අංකනයට අනුව,

$a(\cos B + \cos C) = 2(b + c)\sin^2\left(\frac{A}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඩී. එස්. සේනානායක විද්‍යාලය.. කොළඹ 07..

අවසාන වාර පරීක්ෂණය - 2015 ජූලි

සංයුක්ත ගණිතය II | **13 ශ්‍රේණිය** | *පැය 3 යි*

නම : .....

උපදෙස් :

- ★ මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ.
  A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ **B කොටස** (ප්‍රශ්න 11 - 16)
- ★ **A කොටස**
  සියලුම ප්‍රශ්න වලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු සපයා ඇති ඉඩෙහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය නම් ඔබට අමතර ලියන කඩදාසි භාවිතා කළ හැකිය.
- ★ **B කොටස**
  ප්‍රශ්න 5 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. පිළිතුරු ඔබේ කඩදාසි වල ලියන්න.
- ★ නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටස, B කොටස උඩින් සිටින සේ අමුණා පිළිතුරු පත්‍ර භාර දෙන්න.
- ★ ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් ඔබ ළඟ තබාගත හැකිය.

පරීක්ෂකගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා පමණි.

සංයුක්ත ගණිතය I		
කොටස	ප්‍රශ්න අංකය	ලැබූ ලකුණු
A	01	
	02	
	03	
	04	
	05	
	06	
	07	
	08	
	09	
	10	
	එකතුව	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	එකතුව	
	ප්‍රතිශතය	

අවසාන ලකුණු

ඉලක්කමින්	
අකුරෙන්	

සංකේත අංක

උත්තර පත්‍ර පරීක්ෂක	
ලකුණු පරීක්ෂා කළේ	1.
	2.
අධීක්ෂණය	

A - කොටස

01. සිරස් බිත්තියක පාමුල පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයට a තිරස් දුරින් පිහිටි O නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට, තිරසට 30^0 කෝණයක් ආනතව $2\sqrt{ag}$ ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ශේපණය කරන ලද අංශුවක් බිත්තියේ ලම්භකව ගැටී පොලා පැන AB = b වන පරිදි A හා එකම මට්ටමේ පිහිටි B හිදී බිම පතිත වේ. $b = \left(2\sqrt{3} - 1\right) a.e$ බව පෙන්වන්න. e යනු බිත්තිය හා අංශුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකයයි.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

02. උපරිම ක්ෂමතාවය වොට් H වන හා ස්කන්ධය M වන මෝටර් රථයක ප්‍රවේගය v ms^{-1} වන විට චලිතයට දක්වන ප්‍රතිරෝධය (a + bv) නිව්ටන් වේ. මෙම රථයට තිරස් මාර්ගයක $2u\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ද තිරසට α ආනත මාර්ගයක ඉහළට $u\ ms^{-1}$ උපරිම ප්‍රවේගයෙන් ද ගමන් කල හැකිය. $a = \frac{3H}{2u} - 2Mg\sin\alpha$ හා $b = \frac{Mg}{u}\sin\alpha - \frac{H}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

03. දිග 5a වන අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අචල ලක්‍ෂ්‍යයකට සවිකර ඇති අතර අනෙක් කෙලවරට ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් ගැටගසා ඇත. OP තන්තුව තිරස්ව ඇදී පවතින පිහිටීමෙහි තබා අංශුව සිරුවෙන් මුදුහරිනු ලැබේ. O සිට සිරස්ව 3a දුරක් පහලින් පිහිටි සුමට නාදත්තක තන්තුව ගැටේ. තන්තුවේ ආතතිය වහාම දෙගුන වන බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

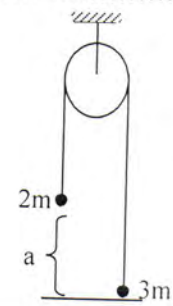
.....

.....

.....

.....

04. සුමට කප්පියක් මතින් යන තන්තුවක දෙකෙලවරට ස්කන්ධය 3m හා 2m වන අංශු 2 ක් අමුණා ඇති අතර 3m අංශුව තිරස් පොලවක් මත නිසලව ඇති අතර 2m අංශුව පොලොව මට්ටමෙන් a උසින් සමතුලිතව ඇත. දැන් 2m අංශුව එතැන් සිට h සිරස් උසකට ඔසවා අතහරිනු ලැබේ.



(i) තන්තුව ගැස්සීමෙන් පසු පද්ධතියෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

(ii) $a > \frac{4h}{5}$ නම් 2m අංශුව ගෙබිම තෙක් නොපැමිණෙන බව ද පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

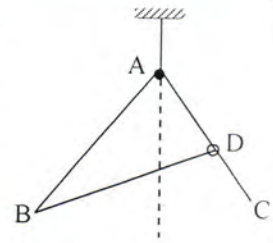
.....

.....

.....

.....

05. එක එකක දිග 13a බැගින් වූද, බර W වූද AB, AC ඒකාකාර දඬු දෙකක් A හි දී සුමට ලෙස ගටවා A වලින් නිදහස් ලෙස එල්ලා ඇත. D හිදී සුමට සැහැල්ලු මුද්දක් සවි කරන ලද දිග 12a වූ BD සැහැල්ලු දණ්ඩ, B හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර AC දණ්ඩ දිගේ මුද්දට චලනය වියහැකි පරිදි පද්ධතිය සමතුලිතව පවතින ආකාරය රූප සටහනේ දක්වා ඇත. AB හා AC දඬු එක එකක් සිරසට දරණ ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න. BD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

06. $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ දෛශික කෙසේ ද යත් $|\underline{a}|=1, |\underline{b}|=3$ හා $|\underline{c}|=2$ වන පරිදි වේ. තව ද $\underline{c}=\underline{a}+\lambda\underline{b}$ හා $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ ලම්බක බවත් $\underline{b}$ හා $\underline{c}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{3}$ බවත් දී ඇතිවිට λ සොයන්න. $\underline{a}$ හා $\underline{c}$ අතර කෝණය ද $\frac{\pi}{3}$ ලබාගන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

National Learning Portal - The General Education

07. A හා B යනු $P(A)=\frac{5}{12}$, $P(A/B')=\frac{7}{12}$ හා $P(A\cap B)=\frac{1}{8}$ පරිදි වූ සිද්ධීන් 2 කි. B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධියයි. $P(B)$, $P(A\cup B)$ හා $P(B/A')$ සොයන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

08. A, B හා C යනු A හෝ B සිද්ධීන් ගෙන් එකක් පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාව, B හෝ C සිද්ධීන් ගෙන් එකක් පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාව, C හෝ A සිද්ධීන් ගෙන් එකක් පමණක් සිදුවීමේ සම්භාවිතාව යන සම්භාවිතා එක එකක් p ට සමාන වන පරිදිය. තව ද $P(A\cap B\cap C)=\rho^2$ වේ. මෙහි $0<p<\frac{1}{2}$ වේ. $P(A\cup B\cup C)=\frac{3P+2P^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

09. ලකුණු (x) කුලකය මධ්‍යන්‍යය 40 ද සම්මත අපගමනය 5 ද වේ. මධ්‍යන්‍යය 50 ද සම්මත අපගමනය 8 ද ලැබෙන ලෙස මෙම ලකුණු $y = \alpha x + \beta$ රේඛීය පරිමාණමානයක් මගින් වෙනස් කල යුතුව ඇත. මෙහි α, β නියතයන් නිර්ණය කරන්න. මුල් කුලකයේ ලකුණ 40 ට අදාල නව ලකුණ සොයන්න.

10. පන්තියක ළමුන් 27 දෙනෙකුගේ ගණිත විෂය සඳහා ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය 55 කි. අඩුම ලකුණු ගත් සිසුන් 7 දෙනා හා වැඩිම ලකුණු ලබාගත් සිසුන් 7 දෙනාගේ ලකුණු පිළිවෙලින් 11, 12, 13, 14, 16, 22, 25 හා 70, 72, 73, 74, 80, 85, 92 වෙයි.

(i) ඉතිරි ළමුන් 13 දෙනාගේ වයස් වල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

(ii) සංඛ්‍යා කුලකයේ අන්තර් චතුර්තක පරාසය සොයන්න.

B - කොටස

ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) O අචල ලක්ෂ්‍යයක සිට $t = 0$ දී නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන වස්තුවක් f ඒකාකාර ත්වරණයෙන් සරල රේඛාවක චලනය වෙයි. $t = T$ වන විට එම O අචල ලක්ෂ්‍යය පසු කර යන තව අංශුවක ප්‍රවේගය $6ft_1$, වන අතර මන්දනය $2f$ වෙයි. එය පළමු වස්තුව යන දිශාවටම එම රේඛාවේ චලනය වෙමින් පවතී. එම වස්තූන් $t = T + t_1$ වන මොහොතේ දී එකිනෙක යාන්තමින් හමුවේ නම් අංශු දෙකෙහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම සටහනක ඇඳ දක්වන්න.
එනයින්,

(i) අංශු දෙක $t = 4t_1$ කාලයක දී $4ft_1$ ප්‍රවේගයකින් එකිනෙක යාන්තමින් හමුවන බව ද,

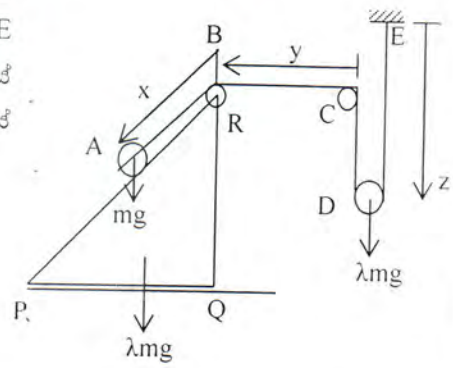
(ii) දෙවන අංශුව $t = 6t_1$ කාලයක දී $9ft_1^2$ දුරක් ගෙවා නිශ්චල වන බව ද පෙන්වන්න.

(b) පිතිකරුවෙක් W කඩුල්ලේ ද පන්දු රකින්නෙක් ඈත පිටියේ F ලක්ෂ්‍යයේ ද සිටී. පිතිකරුවා පහර දුන් පන්දුවක් $\overrightarrow{WF}$ සමග α කෝණයක් සාදන දිශාවකට තණ නිල්ල දිගේ ගමන් කරන්නේ පන්දු රකින්නාට දුවන්නට හැකි වේගය මෙන් $1\frac{1}{2}$ ක නියත වේගයකිනි. පන්දුව හැකි ඉක්මනින් රැක ගැනීම සඳහා පන්දු රකින්නා තම උපරිම වේගයෙන් දුවන්නට පටන් ගත්තේ නම් ඔහු දිවිය යුතු දිශාව සොයන්න.

ඉහත සලකන ලද දිශාව ඔස්සේ පන්දු රකින්නා S දුරක් ගමන් කලේ නම් $\alpha < \sin^{-1}\frac{\pi}{3}$ විට,

$\left|\overrightarrow{WF}\right| = \frac{S}{2}\left[\sqrt{4-9\sin^2\alpha}+3\cos\alpha\right]$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) රූප සටහනේ දැක්වෙන්නේ ස්කන්දය λm වූ කුඤ්ඤයක් හා එහි තිරසට α කෝණයක් ආනත තලය මත ඇති ස්කන්දය m වන A අංශුවක් ABCDE අවිතන්‍ය තන්තු කොටසකින් සම්බන්ධ කර ඇති ආකාරයයි. D සවල කප්පියේ ස්කන්ධය ද λm වේ. කප්පිය සමඟ ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස් තිරස් හෝ සිරස් වේ.

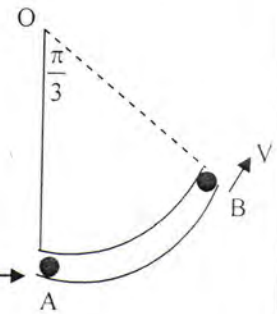


(i) කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\overrightarrow{PQ}$ දිශාවට F ද, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ලෙස අංශුවෙහි ත්වරණය $\overrightarrow{RP}$ දිශාවට f ද නම්, D සවල කප්පියේ ත්වරණය $\overrightarrow{CD}$ දිශාවට $\left(\frac{F-f}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කුඤ්ඤයේ ත්වරණය F හා කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ලෙස අංශුවෙහි ත්වරණය f සෙවීමට අවශ්‍ය තරම් සමීකරන ලියන්න.

(iii) ඒ නයින් $\lambda = 1$ හා $\alpha = \frac{\pi}{6}$ නම් කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවෙහි ත්වරණය $\frac{(2\sqrt{3}+1)g}{2(8-\sqrt{3})}$ බව ලබාගන්න.

(b) O කේන්ද්‍රය ද අරය a ද වූ කේන්ද්‍රයේ දී $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් ආපතනය කරන AB නලය OA සිරස් වන පරිදි සවිකර ඇත. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් $\sqrt{\lambda ag}$ ප්‍රවේගයෙන් බටය තුළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. බටයේ ඉහළ B කෙලවරේ දී ප්‍රවේගය V නම්, ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් $V^2 = ag(\lambda - 1)$ බව පෙන්වන්න. $\lambda = \frac{3}{2}$ ලෙස ගෙන මෙම මොහොතේ දී අංශුව හා බටය අතර ප්‍රතික්‍රියාව ලබාගන්න. පසුව මෙම අංශුව ගුරුත්වය යටතේ චලනය වී A හා එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයකට පතිත වේ නම් $AD = \frac{a}{8}\left(5\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)$ බව පෙන්වන්න.



13. A සහ B යනු AB = 8a වන පරිදි A ට සිරස් ලෙස පහළින් B පිහිටන පරිදි වූ අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්වභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් A ට ද අනෙක් කෙලවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද අමුණා ඇත.

ස්වභාවික දිග 3a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වූ තවත් ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙලවරක් B ට ද අනෙක් කෙලවර P අංශුවට ද අමුණා ඇත. APB තන්තු කොටස සිරස් වන පරිදි C ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුව සමතුලිතව පවතී නම් $AC = \frac{11a}{4}$ බව පෙන්වන්න.

දැන් P අංශුව A සිට 5a පහළින් වූ M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරී. P අංශුව AB මත A සිට x දුරින් පිහිටන විට තන්තු කොටස් දෙකෙහි ආතති සොයන්න. මෙහි $a \le x \le 5a$ වෙයි. P අංශුව සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

සුපුරුදු අංකනයෙන් $\ddot{x} + \frac{4g}{3a}\left(x - \frac{11a}{4}\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

$y = x - \frac{11a}{4}$ යයි ලිවීමෙන් $\ddot{y} + \frac{4g}{3a}y = 0$ ලබාගන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ලෙස සැලකීමෙන් A, B හා ω නියතයන් සොයන්න.

P අංශුව A සිට a දුරක් පහළින් පිහිටන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{8ga}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

ඉන්පසු ඇතිවන චලිතය ගැන කුමක් කිව හැකි ද?

14. (a) OABC ත්‍රිපිසියමකි. OA හා CB පාද සමාන්තර වන අතර OC = CB ද OA = 2BC ද වෙයි. $A\hat{O}C = \frac{\pi}{2}$ කි. P යනු AB පාදය 2 : 1 අනුපාතයට බෙදෙන ලක්ෂ්‍යය ද, R යනු AC පාදය $\lambda : (1 - \lambda)$ අනුපාතයට බෙදෙන ලක්ෂ්‍යයයි. $\overrightarrow{OC} = \underline{b}$ ද $\overrightarrow{CB} = \underline{a}$ ද නම් $\overrightarrow{AB}$ හා සොයන්න. $\overrightarrow{OP} = \frac{2}{3}(2\underline{a} + \underline{b})$ ද $\overrightarrow{OR} = 2\underline{a} + \lambda(\underline{b} - 2\underline{a})$ බව පෙන්වන්න.

(i) O, R, P ඒකරේඛීය නම් λ හි අගය සොයා $\overrightarrow{OR}$ ලබාගන්න.

(ii) OR හා AC එකිනෙක ලම්බක වේ නම් λ හි අගය සොයා $\overrightarrow{OR}$ ලබාගන්න.

(b) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයේ AB = 4a, BC = 3a ද වෙයි. AN = a ලෙස N ලක්ෂ්‍යය AB පාදය මත පිහිටා ඇත. නිව්ටන් x, y, 6, 5, 10 හා $2\sqrt{2}$ යන බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}$ හා $\overrightarrow{NC}$ යන පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි.

(i) මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌනනය වේ නම්, x හා y සොයන්න. යුග්මයේ සූර්ණය ද ලබා ගන්න.

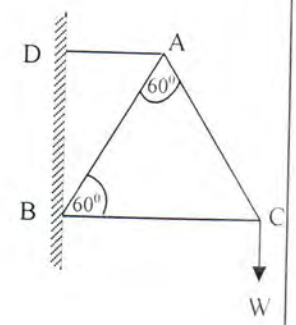
(ii) සම්ප්‍රයුක්තය N ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම් y = 1 බව පෙන්වන්න. y මෙම අගය ගන්නා විට x = 8 ලෙස ගෙන සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. මෙම පද්ධතියට A හිදී යොදන අතිරේක F බලයක් හා G යුග්මයක් මගින් පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට පත් කරයි නම් F හා G සොයන්න.

15. (a) දිග a ද බර W ද වූ AB, BC හා CD සමාන දඬු 3 ක් B හා C හිදී සුමට ලෙස සන්ධි කර A ත් D ත් රළු තිරස් මේසයක් මත සිරස් තලයක නිශ්චලතාවයේ පවතී. මේසයත් කවර හෝ දණ්ඩක් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ ABCD රූපයේ $D\hat{A}B = C\hat{D}A = \frac{\pi}{4}$ වන පරිදි ත්‍රිපිසියමක් ආකාර ගනී නම්, $\mu \geq \frac{2}{3}$ වූ විට පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

$\mu = \frac{1}{3}$ නම්, සමතුලිතතාව පවත්වා ගැනීම සඳහා B හා C සන්ධි වලදී අවශ්‍ය අවම ඝර්ෂණ යුග්ම සොයන්න.

(b) දී ඇති රූපයේ දක්වා ඇති සැහැල්ලු දඬු වලින් සෑදී රාමු සැකිල්ලේ AD හා BC තිරස් වන අතර එය B හා D හිදී සිරස් බිත්තියකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. C සන්ධියේ W භාරයක් දරා සිටී.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇඳ එනයින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් ලෙස වෙන්කර දක්වන්න.



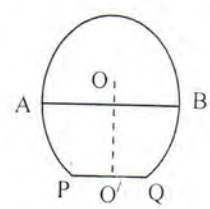
16. කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආපතනය කරන අරය r වූ ඒකාකාර වෘත්ත චාපයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r\sin\alpha}{\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

එනයින් කේන්ද්‍රයේ දී 2α කෝණයක් ආපතනය කරන අරය a වූ ඒකාකාර කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a\sin\alpha}{3\alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න.

ඒකාකාර අර්ධ වෘත්ත ආස්තරයක කේන්ද්‍රය O ද අරය 2a ද වේ. AOB පර්යන්ත විශ්කම්භය වන අතර OC සම්මිතික අක්ෂය වන පරිදි C පරිදිය මත පිහිටයි. AOB ට සමාන්තරව O සිට $\sqrt{3}a$ දුරින් පිහිටි PO′Q ජ්‍යායක් මගින් ආස්තරයේ කොටස් දෙකකට වෙන් කරනු ලැබේ. මෙහි O′ යනු PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. මෙම ABQP ආස්තර කොටසෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය OO′ සම්මිතික අක්ෂය මත O සිට $\frac{14a}{\left(4\pi+3\sqrt{3}\right)}$ දුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

දැන් AB විශ්කම්භය වන අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක් රූපයේ පෙනෙන පරිදි ආස්තර කොටසට සවි කරනු ලැබේ. කම්බියේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය m ද, ආස්තරයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය M ද නම්,
මෙම වස්තුවෙහි ගුරුත්වකේන්ද්‍රය වන G ට O සිට දුර සොයන්න.

එනයින් $\frac{m}{M} < \frac{7a}{12}$ වේ නම් ආස්තරය මත G පිහිටන බව පෙන්වන්න.



17. (a) A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයේ ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් වේ. P(A/B) අර්ථ දක්වන්න.

$P(A/B) = 0$, $P(A/B) = p(A)$ යන එක් එක් අවස්ථා සඳහා A හා B සිද්ධීන්ගේ ස්වභාවයන් ප්‍රකාශ කරන්න.

(i) A හා B මගින් Ω හි විභාගනයක් සෑදීම සඳහා තෘප්ත කල යුතු අවශ්‍යතා සඳහන් කරන්න.

(ii) වෙළඳ ප්‍රචාරණය සඳහා කරනු ලබන දිනුම් ඇදීමක් මගින් තෝරාගන්නා අයෙකුට රන් කාසියක් දිනීමේ හැකියාව නිබේ.

මෙහිදී සර්වසම ලාච්චු 2 බැගින් ඇති ආභරණ බහාලුම් පෙට්ටි 3 ක් තිබෙන අතර ඉන් පළමු පෙට්ටියෙහි ඇති ලාච්චු දෙකෙහිම රන් කාසිය බැගින් ද, දෙවන පෙට්ටියෙහිලාච්චු දෙකෙහි රිදී කාසිය බැගින් ද ඇත. ඉතිරි පෙට්ටියෙහි එක් ලාච්චුවක රන් කාසියක් ද අනෙකෙහි රිදී කාසියක් ද ඇත.

තරඟකරුවෙකුට සසම්භාවී ලෙස පෙට්ටියක් තෝරාගෙන එහි එක් ලාච්චුවක් ඇර එහි ඇති කාසිය ගැනීමේ අවස්ථාව ඇත. තරඟකරුවෙකුට මෙම තරඟයෙන් රන් කාසියක් දිනීමේ හැකියාව 50% බව පෙන්වන්න.
තව ද රන් කාසියක් දිනාගන්නා තරඟකරුවාට එම පෙට්ටියේ අනෙක් ලාච්චුවේ ඇති කාසිය ද ලබා දෙන්නේ නම්, යම් අයෙකුට මෙම තරඟයෙන් රන් කාසි දෙකක් දිනීමේ හැකියාව සොයන්න.

(b) $\{x_1, x_2 \ldots\ldots\ldots\ldots x_n\}$ දත්ත කුලකයෙහි මාතය $\overline{X}$ හා විචලතාව S_x^2 අර්ථ දක්වන්න.

එක්තරා විභාගයකට පෙනීසිටි සිසුන් 80 දෙනෙකු එහි ලිඛිත පරීක්ෂණ සඳහා ලබාගත් ලකුණු පිළිබඳ විස්තරයක් පහත දක්වේ.

ලකුණු	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
සිසුන් සංඛ්‍යාව	14	f_1	27	13	f_2

(i) ලකුණු ව්‍යාප්තියේ මාතය 24 වේ නම් f_1 හා f_2 සොයන්න.

(ii) ලිඛිත පරීක්ෂණය සඳහා සිසුන් ලබාගත් ලකුණු වල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(iii) ලකුණු ව්‍යාප්තියේ කුටිකතා සංගුණකය සෙවීම මගින් එහි හැඩය නිරණය කරන්න.

(iv) තව ද අඩු ලකුණු ලබාගත් සිසුන්ගෙන් $\frac{1}{4}$ කට පමණ ප්‍රායෝගික පරීක්ෂණ සඳහා කැඳවීම් කර නොමැත.

ලිඛිත පරීක්ෂණයෙන් ලකුණු 17 ක් ලබාගත් සිසුවෙකුට ප්‍රායෝගික පරීක්ෂණය සඳහා කැඳවීමේ හැකියාවක් පවතී ද නැද්ද යන්න සත්‍යාපනය කරන්න.